

# Il BEM nello STUDIO ACUSTICO di un compressore

Enrico Gargano Primo Ricercatore Alessandro Bartolini Collaboratore di Ricerca,  
Istituto di Tecnologie Industriali e Automazione  
Consiglio Nazionale delle Ricerche, Cinisello Balsamo (Milano)

LO STUDIO DEI CAMPI ACUSTICI NELLA PROGETTAZIONE INDUSTRIALE PERMETTE DI PREDIRE I LIVELLI DI PRESSIONE SONORA EMESI DA UNA SORGENTE ACUSTICA E DI CORRELARLI ALLE VIBRAZIONI CHE SONO ALL'ORIGINE DEL FENOMENO STESSO. IN TAL MODO ABBIAMO LA POSSIBILITÀ DI APPORTARE CAMBIAMENTI STRUTTURALI DURANTE LA FASE DI PROGETTAZIONE DI UN PRODOTTO PER DIMINUIRE I LIVELLI DI RUMOROSITÀ. NEL NOSTRO ARTICOLO ABBIAMO CONSIDERATO COME SORGENTE DI RUMORE UN COMPRESSORE D'ARIA E ABBIAMO UTILIZZATO IL METODO DEGLI ELEMENTI DI CONTORNO (BEM) PER STUDIARE IL COMPORTAMENTO DEL CAMPO ACUSTICO IRRADIATO NELLO SPAZIO CIRCOSTANTE. ABBIAMO SUPPOSTO CHE LA COMPONENTE NORMALE DELLA VELOCITÀ DELLE PARTICELLE DEL FLUIDO COINCIDA CON LA COMPONENTE NORMALE DELLA VELOCITÀ VIBRATORIA SULLA SUPERFICIE DELLA STRUTTURA. DOPO UN'ANALISI PRELIMINARE DI CORRELAZIONE TRA GLI AUTOSPETTRI DELLE VIBRAZIONI STRUTTURALI E DEL RUMORE EMESSO ABBIAMO SCELTO DELLE FREQUENZE SIGNIFICATIVE CHE SONO STATE UTILIZZATE PER LA VERIFICA SPERIMENTALE DEI LIVELLI DI PRESSIONE SONORA EMESI SU DI UN PIANO DI RIFERIMENTO POSTO ALLA DISTANZA DI 0,5 METRI DALLA SUPERFICIE SUPERIORE DEL COMPRESSORE.

.....

**D**iventa sempre più importante nel campo della progettazione industriale avere a disposizione metodi che permettano di determinare la distribuzione dei campi acustici generati dalle vibrazioni strutturali dovute al funzionamento delle macchine. Il rumore vibro-acustico può essere generato sia all'interno di una struttura vibrante sia all'esterno (structural airborne noise). Entrambi questi problemi possono essere risolti mediante metodi numerici di calcolo, ossia utilizzando programmi software per

analisi acustiche basati sugli elementi finiti (FEM) o sugli elementi di contorno (BEM). Ora mentre per lo studio dei campi acustici generati all'interno di strutture chiuse si applica preferibilmente il metodo degli elementi finiti, per lo studio dei campi acustici irradiati da strutture vibranti si preferisce utilizzare il metodo degli elementi di contorno.

### Modalità delle prove

Lo scopo delle prove sperimentali è stato quello di verificare la validità di un programma numerico che utilizza il metodo degli elementi di contorno (BEM) nella determinazione dei livelli di pressione sonora e nell'individuazione dei componenti più rumorosi di una sorgente acustica. La sorgente in esame è rappresentata da un piccolo compressore d'aria ( $p_{max}=8\text{kg/cm}^2$ ) azionato da un motore elettrico asincrono trifase, con potenza pari a 1,1 kW, mediante una cinghia di tra-

### Caratterizzazione acustico-vibrazionale

Il rumore che viene emesso nell'aria circostante durante il funzionamento del compressore ha origini diverse che possono essere sia di natura vibrazionale sia fluidica. Il rumore emesso a regime è quindi correlato all'aspetto complessivo del fenomeno. Per caratterizzare quindi lo spettro di radiazione acustica abbiamo pensato di correlare il rumore emesso (airborne noise) alla vibrazione strutturale della sorgente.

Questo è stato fatto utilizzando la funzione di coerenza che permette di stabilire il grado di "coerenza" tra due segnali: nel nostro caso tra l'accelerazione vibratoria e il rumore emesso; tale algoritmo permette infatti di individuare nello spettro complessivo quelle frequenze in fase con quelle di origine vibratoria.

Allo scopo di rilevare gli andamenti spettrali dei segnali di rumore e di vibrazione è

rumore è stata fatta basandosi sul grafico di figura 5 che mostra l'andamento della funzione di coerenza.

La tabella 1 riassume, in funzione delle frequenze scelte, il valore medio dei valori di pressione sonora misurati sul piano di riferimento in corrispondenza dell'intersezione dell'asse baricentrico del compressore perpendicolare al piano con il piano stesso.

I valori di tabella 1 sono stati misurati dopo aver calibrato la catena di misura.

Le misure di velocità vibratoria sono state rilevate in 54 punti della superficie esterna del compressore.

La tabella 2 riporta, in funzione delle frequenze scelte, i valori in dB lin dei livelli di pressione sonora e in m/sec delle velocità vibratorie nei primi tre punti (baricentri).

I valori della velocità vibratoria, misurati in direzione normale alla superficie, rappresentano le condizioni al contorno da applicare al modello acustico della sorgente per la risoluzione mediante il metodo BEM.

missione che collega due pulegge con rapporto di 1:1.

La figura 1 mostra il complessivo della sorgente di rumore nella camera di tipo semianecoico dove si sono svolte le prove sperimentali. La misura dei livelli di pressione sonora è stata fatta su una superficie ideale di riferimento presa parallelamente al pavimento della camera semianecoica e distante 0,5 metri dalla superficie superiore del compressore.

La figura 2 mostra il modello BEM del compressore che evidenzia le superfici elementari nel baricentro delle quali sono state rilevate le velocità vibratorie.

stato utilizzato un analizzatore di Fourier bicanale della Bruel&Kjaer e come trasduttori un microfono capacitivo da 1/2" e un accelerometro. Il grafico di figura 3 mostra l'autospettro del segnale di rumore emesso dal compressore, rilevato dal microfono da 1/2" posto sull'asse verticale della sorgente alla distanza di 0,5 metri, mentre il grafico di figura 4 mostra l'autospettro del segnale di velocità di vibrazione ottenuto integrando il segnale dell'accelerometro posto sulla parte superiore della sorgente, come si può vedere dalla figura 6.

La scelta delle frequenze più significative dello spettro del

Infatti poiché possiamo supporre che non c'è una sensibile reazione da parte del fluido (aria) sulla struttura, possiamo accettare la condizione che la componente normale della velocità delle particelle del fluido coincide con la velocità vibrazionale normale alle superficie della struttura stessa.

### Costruzione del modello acustico

I punti fondamentali per la costruzione del modello si possono così riassumere:

1 - Definizione della geometria

**FONDAMENTI TEORICI**

La propagazione di onde acustiche in un mezzo elastico è governata dall'equazione di Eulero, valida per processi acustici di piccola ampiezza e ottenuta trascurando gli effetti della conducibilità termica nell'equazione di stato e gli effetti della viscosità del fluido, ossia considerando fluidi "non viscosi" (inviscid):

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p \quad (1)$$

dove "v" è la velocità delle particelle, "ρ<sub>0</sub>" è la densità e "p" la pressione acustica del fluido. Tenendo conto delle suddette condizioni si può dimostrare che l'equazione d'onda linearizzata, in assenza di perdite, per la propagazione del suono nei fluidi diviene:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2)$$

dove "c" rappresenta la velocità delle onde acustiche nel fluido. Le particolari condizioni imposte al fluido per ricavare l'equazione (2) permettono di

asserire che la velocità delle particelle del fluido è esprimibile come gradiente di una funzione potenziale (scalare) che viene chiamata "velocità potenziale" e indicata con "u"; in termini matematici si può scrivere allora:

$$\vec{v} = \text{grad} u \quad (3)$$

Il significato fisico della relazione ottenuta è di importanza fondamentale nella eccitazione acustica di un fluido non viscoso, infatti il fluido non è soggetto a strati limite sulle superfici di contorno, onde trasversali o turbolenze (fluido a flusso non rotazionale). Questa condizione per i fluidi ideali in realtà non sussiste, ma fortunatamente nella maggior parte dei casi la presenza di effetti rotazionali è limitata e ha una scarsa influenza sulla propagazione del suono. La relazione che lega la pressione acustica al potenziale di velocità "u" si ottiene sostituendo l'espressione (3)

nella (1), ossia:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

e nel caso in cui il potenziale di velocità viene espresso da una funzione armonica del tipo:

$$u(x,t) = u(x)e^{i\omega t} \quad (5)$$

la (4) diviene:

$$p = -j\rho_0 u$$

Sostituendo infine le espressioni (4) e (5) nella (2) si ottiene:

$$\nabla^2 u = -K^2 u \text{ con } K = \frac{\omega}{c} \quad (6)$$

dove K rappresenta il numero d'onda.

Quest'ultima equazione è conosciuta con il nome di Equazione di Helmholtz e in essa il potenziale risulta funzione soltanto della posizione. Per ottenere la soluzione di un problema acustico in un fluido, che circonda una sorgente

emittente, utilizzando il metodo degli elementi di contorno è necessario esprimere le equazioni mediante valori che appartengono al contorno. I fenomeni acustici, come del resto altri fenomeni come ad esempio la conduzione del calore, avvengono nello spazio tridimensionale per cui lo scopo del metodo boundary è quello di trovare degli algoritmi matematici che permettano di eliminare gli integrali volumici sostituendoli con integrali superficiali. Partendo dal "teorema della divergenza" che impone l'uguaglianza tra l'integrale volumico e l'integrale sulla superficie che racchiude il volume stesso:

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \int_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS$$

e utilizzando la "seconda identità" di Green otteniamo l'equazione integrale al contorno che assume la forma:

$$c(p)u(p) + \int_S v' u dS = \int_S u v dS \quad (7)$$

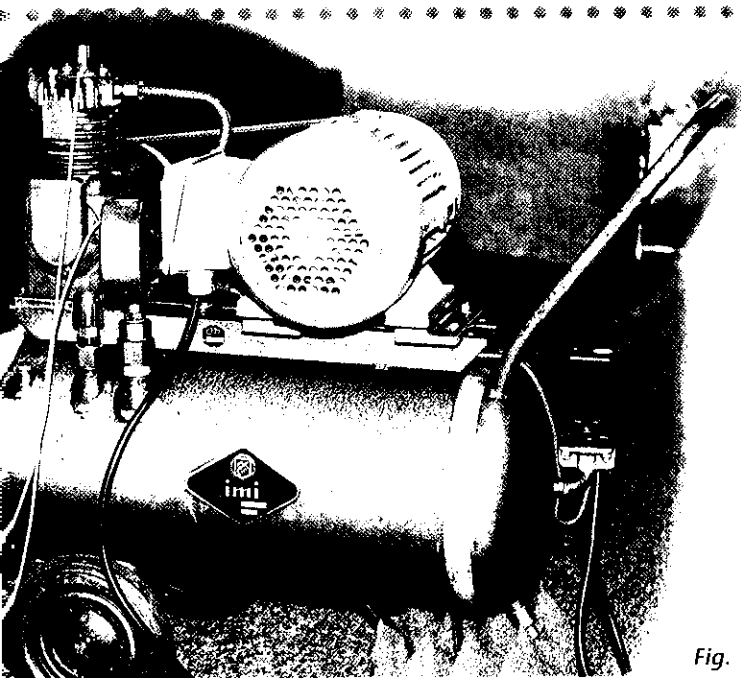


Fig. 1

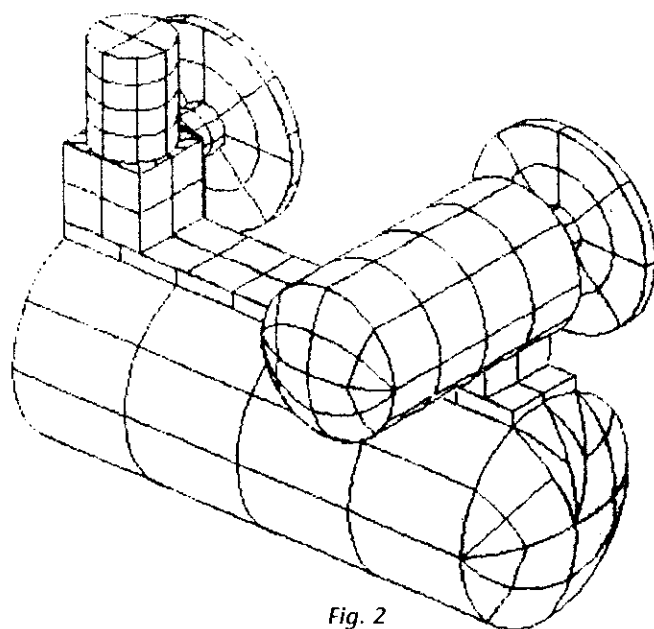


Fig. 2

dove "c(p)" è un moltiplicatore che dipende solo dalla geometria, "u" è la funzione potenziale della velocità, "v" è la componente normale della velocità delle particelle del fluido ed "S" è la superficie che definisce lo spazio interessato al fenomeno acustico. L'equazione (7) descrive quindi completamente la distribuzione del potenziale di velocità e della velocità delle particelle normale alla superficie di contorno.

Soltanto in pochi casi l'equazione integrale di contorno può essere risolta analiticamente, per tutti gli altri casi è necessario usare l'integrazione numerica. È per questo motivo che la superficie di contorno viene frazionata in piccoli elementi di superficie, le integrazioni vengono eseguite per ogni piccola sezione della superficie di contorno "S" e i loro contributi vengono sommati per ottenere l'integrale superficiale dell'equazione (7). In forma discreta l'equazione inte-

grale assume allora la forma:

$$c(p)u(p) + \sum_{N_{elementi} S} \int v' u dS_{elementi} = \sum_{N_{elementi} S} \int u' v dS_{elementi} \quad (8)$$

La soluzione della equazione integrale discreta è di tipo complesso e per il caso tridimensionale il potenziale di velocità risulta:

$$u' = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \quad (9)$$

dove "r" rappresenta la distanza tra la posizione di una sorgente puntiforme fittizia ed ogni punto dove si vuole calcolare l'influenza di tale sorgente. Le quantità che esprimono le proprietà fisiche della regione acustica, comprese la pressione e la velocità delle particelle, vengono espresse quindi in termini complessi ossia presentano una parte reale e una parte immaginaria e questo permette di conoscere le relazioni di fase tra le varie grandezze.

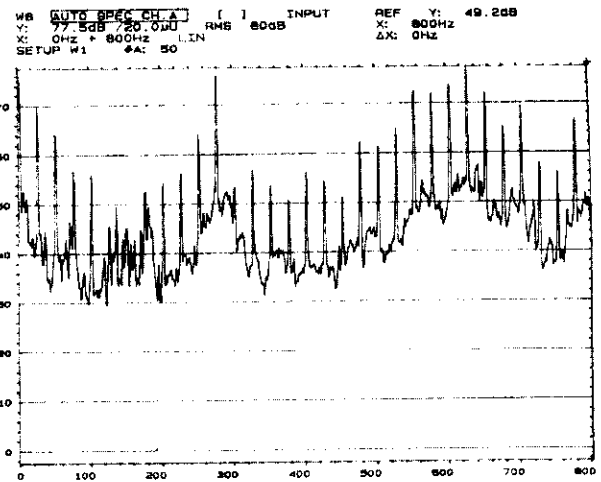
**TAB. 1 - VALORE MEDIO DEI LIVELLI DI PRESSIONE SONORA.**

Hz	25	50	100	125	275	575	625
dB lin	70	65	55	46	76	71	77

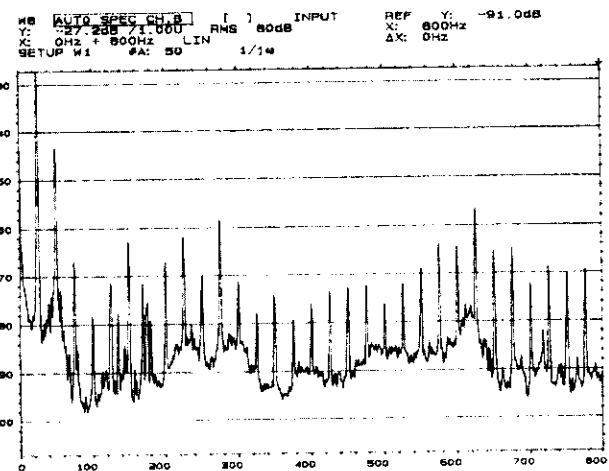
Il caso che abbiamo esaminato, sorgente acustica che emette nell'ambiente circostante, è un classico problema di "tipo infinito" o "esterno" per cui nella costruzione del modello risultano fondamentali le direzioni delle normali alle superfici che devono essere rivolte verso l'interno della sorgente. In Beasy, il programma

BEM che abbiamo utilizzato per la soluzione del problema, i seguenti comandi permettono la verifica automatica dell'orientamento delle superfici:  
 CHECK - GEOM  
 DIRECTIONS  
 Finita la costruzione geometrica della superficie è importante definire gli "elementi" sulla stessa. La regola è di un minimo di

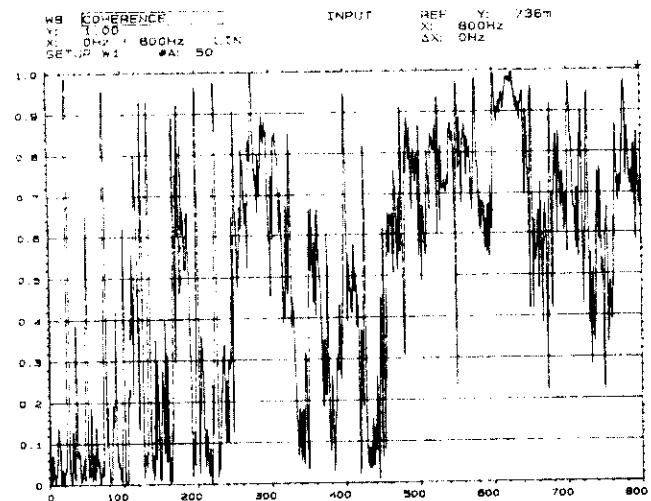
**Fig. 3**



**Fig. 4**



**Fig. 5**



quattro elementi quadrati per lunghezza d'onda, tenendo conto che questo numero deve aumentare allorché l'ordine dell'elemento decresce.

**TAB. 2 - VALORI IN dB LIN DEI LIVELLI DI PRESSIONE SONORA.**

	Hz	25	50	100	125	200	275	575	625
P 1	dB	69,7	64,1	56,2	46,3	53,3	75,7	71,5	76,9
	m/sec	43e-3	9,6e-3	110e-6	266e-6	277e-6	1,24e-3	642e-6	1,43e-3
P 2	dB	69,8	64,2	55,7	45,9	53,2	75,5	72	77
	m/sec	3,28e-3	13,9e-3	366e-6	1,12e-3	2,02e-3	6,5e-3	1,08e-6	1,1e-3
P 3	dB	69,9	64,4	55,7	45,9	53,2	75,1	72,8	78
	m/sec	27,7e-3	7,24e-3	109e-6	107e-6	277e-6	1,95e-3	170e-6	469e-6

**2 - Definizione delle proprietà dei materiali**

I seguenti comandi permettono di definire le proprietà dei materiali:

- FLUID DENSITY
- REFERENCE PRESSURE
- SOUND SPEED

Nel nostro caso sono stati immessi i valori caratteristici dell'aria che è il fluido interessato alla propagazione del fenomeno acustico.

La pressione di riferimento

$$p_0 = 20 \cdot 10^{-6} \frac{N}{m^2}$$

ci permette di calcolare i livelli di pressione sonora (SPL) in dB.

**3 - Definizione dei carichi**

Vengono definiti utilizzando il menu BODY-LOAD che fornisce le seguenti scelte:

- FREQUENCY
- POINT SOURCE
- LINE SOURCE

La frequenza impostata deve essere congruente con il tipo di maglia che è stato precedentemente creato. Nel caso esaminato abbiamo risolto il problema per sette frequenze utilizzando per ogni frequenza le stesse proprietà dei materiali ma con diversi valori delle condizioni al contorno.

**4 - Definizione delle condizioni al contorno**

Il menu LOAD+BCS permette di applicare le condizioni al contorno o sulle superfici (patches) o sugli elementi. Le principali condizioni al contorno disponibili sono:

- VELOCITY POTENTIAL
- NORMAL VELOCITY
- ACOUSTIC IMPEDANCE
- ACOUSTIC PRESSURE

Tutte le condizioni al contorno possono essere espresse come valori complessi, ossia parte reale e parte immaginaria. Una volta completato il modello il comando WRITE-DATA permette di creare un file.DAT che BEASY utilizza per l'analisi.

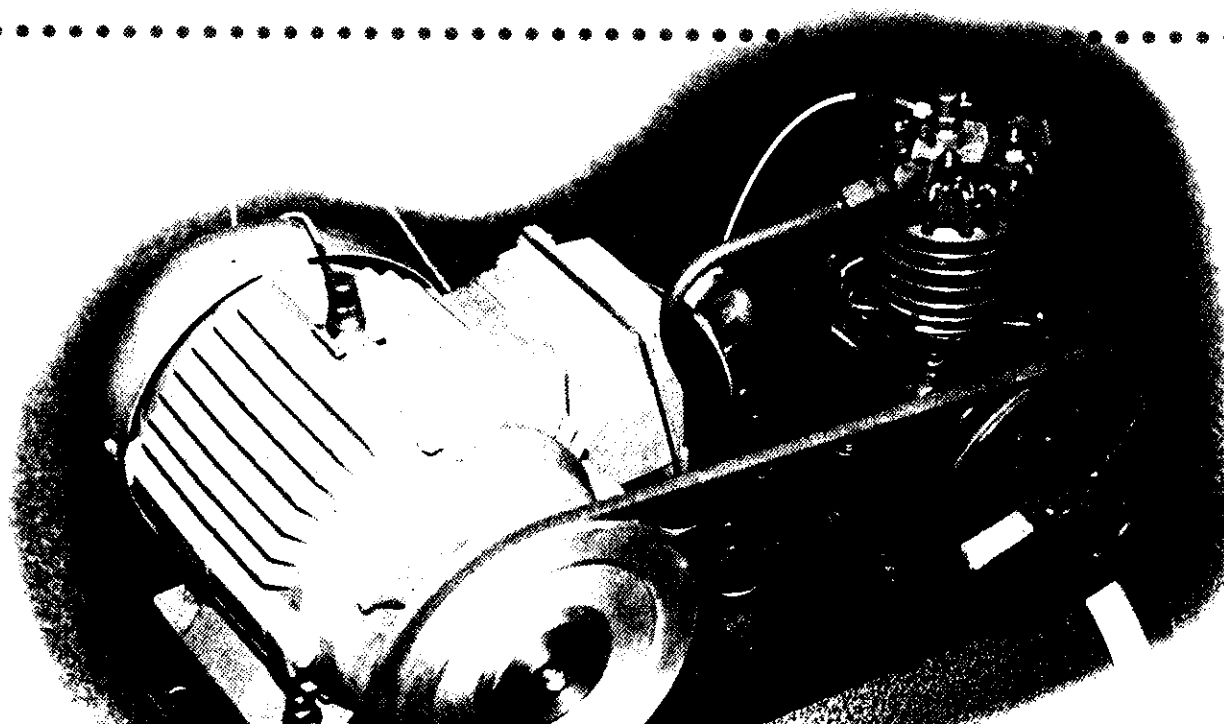
**5 - Soluzione**

Il menu principale permette di attivare la soluzione sce-

**TAB. 3 - RISULTATI OTTENUTI CON IL MODELLO BEM.**

Hz	25	50	100	125	275	575	625
dB lin	59	60	49	52	77	72	78

Fig. 6



gliando l'opzione "run analysis".

#### 6 - Visualizzazione dei risultati

Il programma di Beasy Acoustics, una volta effettuata la soluzione, permette di visualizzare i file .SF1 e .SF2 mediante l'Interactive Modelling System (IMS) utilizzando i comandi:

INTERFACE  
READ-SOL'N

Entrando quindi nel post-processore è possibile mediante i comandi

CONT'R-PLOT  
GRAPH-PLOT

ottenere sia le figure che mostrano la distribuzione spaziale dei livelli di pressione sonora (in dB) sia i grafici delle varie grandezze nei punti interni o in quelli nodali.

### Conclusioni

La soluzione del modello BEM ha fornito i risultati sintetizzati nella tabella 3.

Questi dati sono riferiti al baricentro del piano di riferimento utilizzato per le misure sperimentali. Dal con-

fronto tra i dati sperimentali della tabella 1 e quelli numerici della tabella 3 si può rilevare per le basse frequenze una notevole discrepanza di valori dovuta essenzialmente alla natura complessa della impedenza acustica del fluido interessato al

fenomeno acustico, mentre per le frequenze più elevate i valori si avvicinano dal momento che la componente reattiva dell'impedenza acustica tende a decrescere. La figura 7 mostra l'andamento calcolato per la frequenza di 575 Hz dei livelli di pressione sonora in dB sulla superficie del modello e sul piano di misura, mentre la figura 8 mostra l'andamento del livello di pressione sonora sull'asse maggiore di simmetria del piano di misura.

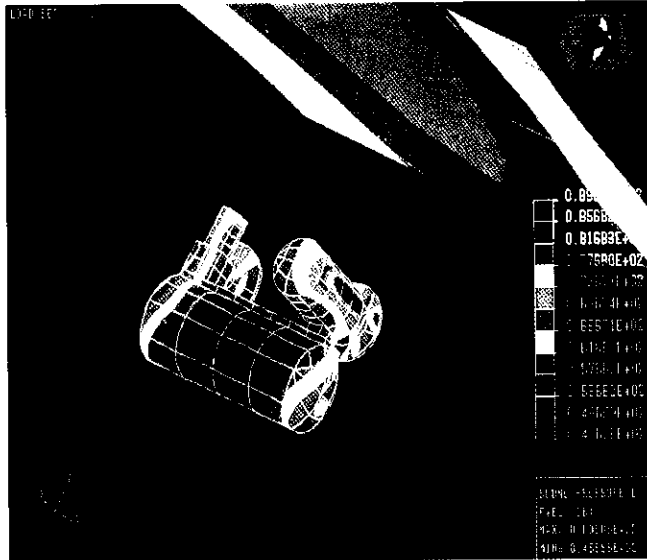


Fig. 7

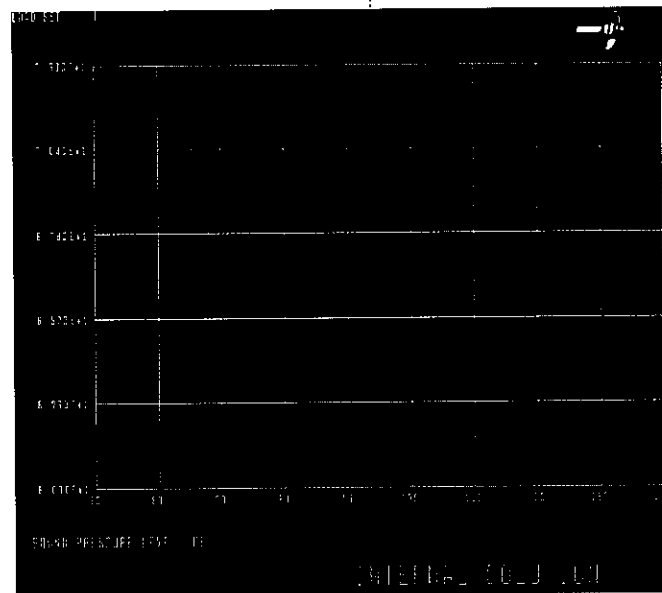


Fig. 8

### BIBLIOGRAFIA

1 - D.B. Woyak : Acoustics and fluid-structure interaction; Ansys revision 5.0 tutorial vol. 3. Swanson Analysis System, Houston (1992).  
2 - L.E. Kinsler, A.R. Frey : Fundamentals of acoustics; 3rd edition. John Wiley & Sons, New York (1982).  
3 - R.D. Ciskowski, C.A. Brebbia: Boundary element methods in acoustics; Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science, Southampton (1991).  
4 - J. Trevelyan: Boundary elements for engineers; Computational Mechanics Publica-

tions, Southampton, Boston (1994).  
5 - G. Beer, J.O. Watson : Introduction to finite and boundary element methods for engineers, John Wiley & Sons, New York (1992).  
6 - R.A. Adey, S.M. Niku, J. Baynhan, P. Burns : Acoustic diagnostic analysis using boundary elements; Computational Mechanics Beasy, Southampton (1994).  
7 - BEASY User Guide. Computational Mechanics Beasy, Southampton, England (1994)  
8 - S. Suzuki, S. Maruyama, H. Ido: Boundary element analysis of cavity noise problems with complicated boun-

dary conditions; Journal of Sound and Vibration (1989) 130(1), 79-96.  
9 - E. Gargano, A. Bartolini: Elementi finiti per l'acustica; Il Progettista Industriale, Editrice Tecniche Nuove (1a parte): settembre 1995, pagg. 66-78; (2a parte): nov/dicembre 1995, pagg. 62-72.  
10- E. Gargano, A. Bartolini: Sound pressure levels evaluation of a compressor by BEM method and comparison with experimental measurements. Proceedings of Fifth International Congress on sound and vibration. December 15-18, 1997 Adelaide, South Australia. vol. II pagg. 885-893.